

Mittlere-Reife-Prüfung 2006 Mathematik I Aufgabe P1

Aufgabe P1.

In einer Mäusezucht werden jeweils 500 Mäuse in einer Kolonie gehalten. Die Vermehrung der Mäuse lässt sich unter den gegebenen Umständen durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) beschreiben. Dabei bedeutet y die Anzahl der Mäuse nach x Tagen.

Aufgabe P1.1 (2 Punkte)

Um wie viel Prozent erhöht sich der Mäusebestand in einer Woche?

Aufgabe P1.2 (1 Punkt)

Wie viele Mäuse müssten nach drei Wochen entnommen werden, um den Anfangsbestand wieder herzustellen? (Auf Ganze runden.)

Aufgabe P1.3 (2 Punkte)

Nach wie vielen Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt?

Lösung

Aufgabe P1.

In einer Mäusezucht werden jeweils 500 Mäuse in einer Kolonie gehalten. Die Vermehrung der Mäuse lässt sich unter den gegebenen Umständen durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) beschreiben. Dabei bedeutet y die Anzahl der Mäuse nach x Tagen.

Aufgabe P1.1 (2 Punkte)

Um wie viel Prozent erhöht sich der Mäusebestand in einer Woche?

Lösung zu Aufgabe P1.1

Exponentielles Wachstum

$$1 \text{ Woche} = 7 \text{ Tage} \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{7}{7}} = 500 \cdot 1,15^1$$

$$\Rightarrow \quad 15\%$$

Antwort: Der Mäusebestand erhöht sich in einer Woche um 15%.

Aufgabe P1.2 (1 Punkt)

Wie viele Mäuse müssten nach drei Wochen entnommen werden, um den Anfangsbestand wieder herzustellen? (Auf Ganze runden.)

Lösung zu Aufgabe P1.2

Exponentielles Wachstum

$$3 \text{ Wochen} = 21 \text{ Tage} \quad \Rightarrow \quad x = 21$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{21}{7}} = 500 \cdot 1,15^3$$

$$y = 760,4375$$

$$\Rightarrow y \approx 760$$

Anzahl der Mäuse die in einer Woche hinzu gekommen sind:

$$760 - 500 = 260$$

Antwort: Es müssen nach 3 Wochen 260 Mäuse entnommen werden um den Anfangsbestand wieder herzustellen.

Aufgabe P1.3 (2 Punkte)

Nach wie vielen Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt?

Lösung zu Aufgabe P1.3

Exponentielles Wachstum

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$$

Anfangsbestand: 500 Mäuse

Doppelter Bestand: $2 \cdot 500 = 1000$

$$1000 = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}} \quad | : 500$$

$$2 = 1,15^{\frac{x}{7}} \quad | \log_{1,15}$$

Erläuterung: *Logarithmieren*

Die Exponentialfunktion $1,15^{\frac{x}{7}}$ kann durch den Logarithmus $\log_{1,15}$ aufgehoben werden.

$$\text{Beispiel: } 2^x = 8 \quad \Longleftrightarrow \quad \log_2 2^x = \log_2 8 \quad \Longleftrightarrow \quad x = 3$$

$$\log_{1,15} 2 = \frac{x}{7} \quad | \cdot 7$$

$$x = 7 \log_{1,15} 2$$

$$\Rightarrow x \approx 35$$

Antwort: Nach ca. 35 Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt.